PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

poziom podstawowy

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Odwrotnością liczby rzeczywistej $\dfrac{3}{4-\dfrac{4}{4-1}}$ jest liczba:

A. $-\dfrac{9}{8}$ B. 0,(1) C. $-\dfrac{8}{9}$ D. 0,(8)

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\left(2\cdot 5^{-1,5}+3\cdot 5^{-1,5}\right)\cdot\sqrt{5}$ jest równa:

A. 1 B. 5 C. $5\sqrt{5}$ D. –25

Zadanie 3. (0–1)

Średnia arytmetyczna danych: 2, 2, 2, x, 4, 4, 4, 5 jest równa 3,25. Zatem mediana tych danych wynosi:

A. 3 B. 3,25 C. 3,5 D. 4

Zadanie 4. (0–1)

Przybliżenie liczby x z niedomiarem jest równe 6, a błąd względny tego przybliżenia wynosi 0,04. Zatem:

A. $x = 6,24$ B. $x = 6,25$ C. $x = 5,75$ D. $x = 5,76$

Zadanie 5. (0–1)

W pewnych sondażach poparcie społeczne dla partii X w ciągu ostatniego miesiąca zwiększyło się o 6 punktów procentowych i obecnie jest o 15% większe niż miesiąc temu. Zatem, według tych sondaży, poparcie społeczne dla partii X jest obecnie równe:

A. 15% B. 40% C. 46% D. 55%

Zadanie 6. (0–1)

Liczba log 7 – log 700 jest równa:

A. $\dfrac{1}{2}$ B. log 693 C. –2 D. –log 693

Zadanie 7. (0–1)

Na ile sposobów można połączyć w pary (dziewczyna – chłopiec) pięć dziewcząt i pięciu chłopców do jednego tańca towarzyskiego?

A. Na 5 sposobów B. Na 10 sposobów C. Na 25 sposobów D. Na 120 sposobów

Zadanie 8. (0–1)

Liczba rozwiązań równania $x(x^2 - 1)(x + 4)^2 = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych jest równa:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Zadanie 9. (0–1)

Maksymalny przedział, w którym funkcja kwadratowa $f(x) = 2(x + 1)^2 - 3$ jest malejąca, to:

A. $(-\infty, -3\rangle$ B. $(-\infty, -2\rangle$ C. $(-\infty, -1\rangle$ D. $(-\infty, 1\rangle$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja kwadratowa $f(x) = (2x - 6)(5 - x)$ przyjmuje wartości nieujemne tylko wtedy, gdy:

A. $x \in (-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$ B. $x \in (-\infty, 3\rangle \cup \langle 5, +\infty)$

C. $x \in (3, 5)$ D. $x \in \langle 3, 5\rangle$

Zadanie 11. (0–1)

Wykres funkcji $f(x) = \dfrac{5}{x - 1}$ przesunięto o 3 jednostki w lewo wzdłuż osi OX i otrzymano wykres funkcji g. Wówczas funkcję g opisuje wzór:

A. $g(x) = \dfrac{5}{x + 3}$ B. $g(x) = \dfrac{5}{x - 1} + 3$ C. $g(x) = \dfrac{5}{x + 2}$ D. $g(x) = \dfrac{5}{x - 4}$

Zadanie 12. (0–1)

Wykres funkcji liniowej $f(x) = -4x - 2b$ przecina oś OY poniżej punktu o rzędnej -4. Zatem liczba b może być równa:

A. 4 B. 2 C. 0 D. –8

Zadanie 13. (0–1)

Prosta k: $3x - 2y + 1 = 0$ jest równoległa do prostej l: $y = (5m - 1)x + 5m$ tylko wtedy, gdy:

A. $m = 0{,}1$ B. $m = 0{,}2$ C. $m = 0{,}5$ D. $m = 0{,}8$

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg $(1, x - 2, x)$ jest rosnącym ciągiem geometrycznym wtedy i tylko wtedy, gdy:

A. $x = 1$ B. $x = 4$ C. $x \in \{1, 4\}$ D. $x \in \{-4, -1\}$

Zadanie 15. (0–1)

Pan Zygmunt otrzymał kredyt z banku w wysokości 6000 zł. Odsetki od tego kredytu stanowiły 20% pożyczonej kwoty. Kwotę kredytu wraz z odsetkami spłacił w 12 miesięcznych ratach, z których każda następna była mniejsza od poprzedniej o 50 zł. Wysokość pierwszej raty to:

A. 875 zł B. 1200 zł C. 600 zł D. 575 zł

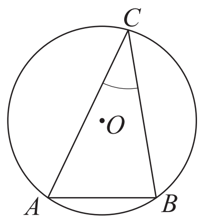
Zadanie 16. (0–1)

Basen napełniany jest pierwszą rurą w ciągu 6 godzin, a opróżniany drugą w ciągu 4 godzin. Po jakim czasie pełny basen zostanie opróżniony przy obu przepływach otwartych?

A. Po 2 godzinach B. Po 10 godzinach C. Po 12 godzinach D. Po 24 godzinach

Zadanie 17. (0–1)

Na trójkącie ostrokątnym ABC opisano okrąg, którego promień jest równy 9. Krótszy łuk okręgu wyznaczony przez wierzchołki A i B tego trójkąta ma długość 2π. Zatem kąt ACB ma miarę:



A. 20°   B. 30°   C. 40°   D. 50°

Zadanie 18. (0–1)

Wiadomo, że $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{7}{5}$, gdzie $\alpha \in (90°, 180°)$. Wówczas wyrażenie $\sin\alpha \cdot \cos\alpha$ ma wartość:

A. 0,48   B. 0,24   C. –0,24   D. –0,48

Zadanie 19. (0–1)

Przekątne rombu mają długość 24 cm i 10 cm. Sinus kąta ostrego tego rombu jest równy:

A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{10}{13}$ C. $\frac{120}{169}$ D. $\frac{60}{169}$

Zadanie 20. (0–1)

Dany jest sześcian o boku długości a. Odległość punktu przecięcia przekątnych jednej podstawy od dowolnego wierzchołka sześcianu należącego do drugiej podstawy jest równa:

A. $a\sqrt{2}$ B. $a\sqrt{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Zadanie 21. (0–1)

Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu na płaszczyznę jest półkolem. Zatem kąt rozwarcia stożka ma miarę:

A. 30°   B. 60°   C. 90°   D. 120°

ZADANIA OTWARTE

Zadanie 22. (0–2)

Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = -2x^2 + 8x + 3$ w przedziale domkniętym $\langle 0, 5\rangle$.

Zadanie 23. (0–2)

Dana jest funkcja $f(x) = -2 + \frac{8}{x+1}$, gdzie $x \in \boldsymbol{R} - \{-1\}$. Wyznacz wszystkie punkty należące do wykresu funkcji f, których obie współrzędne są naturalne.

Zadanie 24. (0–2)

Wyznacz miarę kąta nachylenia do osi OX prostej przechodzącej przez dwa punkty o współrzędnych: $\left(-3\sqrt{3}, \sqrt{3} - 3\right)$ i $\left(6, 3\sqrt{3}\right)$.

Zadanie 25. (0–2)

Ciąg (a_n), gdzie $n \in \boldsymbol{N}_+$, jest ciągiem arytmetycznym, w którym $a_3 = 4$. Ciąg (b_n) jest określony wzorem $b_n = 2^{a_n}$. Oblicz $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5$.

Zadanie 26. (0–2)

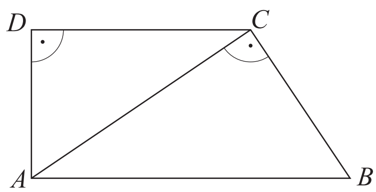
Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność: $\frac{5x^2 + y^2}{4} \geq xy$.

Zadanie 27. (0–2)

Rozważamy wszystkie trójkąty, których dwa boki mają długość 5 i 10. Wykaż, że – spośród takich trójkątów – trójkąt o największym polu ma trzeci bok długości $5\sqrt{5}$.

Zadanie 28. (0–4)

Krótsza przekątna trapezu prostokątnego $ABCD$ ($AB \parallel CD$) podzieliła ten trapez na dwa trójkąty prostokątne ABC i ACD jak na rysunku obok. Wiadomo, że $|AB| = 25$ i $|DC| = 16$. Oblicz długość przekątnej AC oraz pole trapezu $ABCD$.



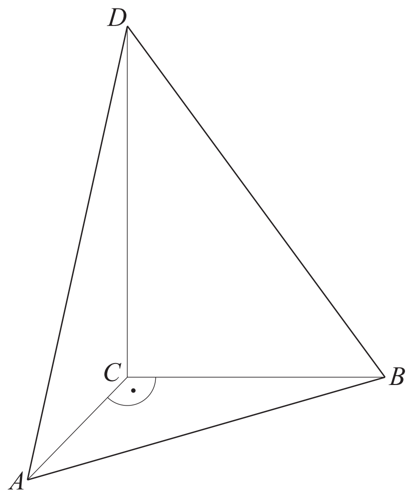
Zadanie 29. (0–4)

Ze zbioru cyfr $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ wylosowano kolejno bez zwracania dwie cyfry i utworzono z nich liczbę dwucyfrową. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

a) A – co najmniej jedna cyfra tej liczby jest większa od 3;
b) B – utworzona liczba jest podzielna przez 3 i jednocześnie nie jest podzielna przez 4.

Zadanie 30. (0–4)

Podstawą ostrosłupa jest trójkąt prostokątny ABC, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ oraz $|AC| = 40$ cm i $|BC| = 30$ cm. Krawędź CD jest wysokością tego ostrosłupa. Kąt α jest kątem nachylenia ściany bocznej o największym polu do płaszczyzny podstawy i ma miarę 60°. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zadanie 31. (0–5)

Wierzchołki trójkąta ABC mają współrzędne: $A(-6, -2)$, $B(10, 6)$, $C(3, 10)$. Punkt S jest środkiem boku AB. Przez punkt S poprowadzono prostą prostopadłą do boku AB, która przecięła bok AC w punkcie P. Oblicz długość odcinka PC.