PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

poziom podstawowy

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Liczba a jest o 60% większa od liczby b. Liczba b stanowi p% liczby a. Zatem:

A. $p = 160$ B. $p = 62{,}5$ C. $p = 40$ D. $p = 37{,}5$.

Zadanie 2. (0–1)

Odwrotnością liczby $\dfrac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{-4}}{81^{\frac{3}{4}}\cdot 3^{-2}}$ jest liczba:

A. 1,5 B. $\dfrac{2}{3}$ C. $-\dfrac{2}{3}$ D. –1,5.

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{3}} \operatorname{tg} 45^\circ$ jest równa:

A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2.

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $3\cdot\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\cdot\left(2\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$ jest:

A. niewymierna B. pierwsza C. ujemna D. podzielna przez 7.

Zadanie 5. (0–1)

Liczba 2 jest przybliżeniem liczby 1,6. Różnica między błędem bezwzględnym i błędem względnym tego przybliżenia jest równa:

A. 0,15 B. 0,4 C. 0,2 D. 0,16.

Zadanie 6. (0–1)

Ile liczb całkowitych spełnia jednocześnie nierówności: $-\dfrac{1}{3} \le \dfrac{x}{7} \le \dfrac{3}{4}$ oraz $\dfrac{5-2x}{3} < 1$?

A. 6 B. 5 C. 4 D. 3.

Zadanie 7. (0–1)

Suma rozwiązań równania $(x+3)(4x^2-25)(2x-7)=0$ jest równa:

A. $-\dfrac{1}{2}$ B. $\dfrac{1}{2}$ C. 3 D. 9.

Zadanie 8. (0–1)

Funkcja kwadratowa f przyjmuje wartości dodatnie wtedy i tylko wtedy, gdy $x \in (-2, 3)$. Wówczas funkcja g określona wzorem $g(x) = -f(x + 2)$ przyjmuje wartości ujemne wtedy i tylko wtedy, gdy:

A. $x \in (-4, 1)$ B. $x \in (-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$ C. $x \in (0, 5)$ D. $x \in (-\infty, 0) \cup (5, +\infty)$.

Zadanie 9. (0–1)

Wykres funkcji wykładniczej $f(x) = \left(\frac{4}{9}\right)^x$ przekształcono przez symetrię osiową względem osi OY i otrzymano wykres funkcji g. Zatem:

A. $g(x) = -\left(\frac{4}{9}\right)^x$ B. $g(x) = \left(2\frac{1}{4}\right)^{-x}$ C. $g(x) = \left(2\frac{1}{4}\right)^x$ D. $g(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{dla} \quad x \in \langle -4, 1\rangle \\ -x & \text{dla} \quad x \in (1, +\infty) \end{cases}$. Wskaż zbiór wartości funkcji f.

A. $\langle -4, +\infty)$ B. $\boldsymbol{R}$ C. $(-\infty, -1\rangle$ D. $(1, +\infty)$.

Zadanie 11. (0–1)

Funkcja kwadratowa określona wzorem $f(x) = -2x^2 + ax + a$ nie ma miejsc zerowych. Zatem liczba a może być równa:

A. -4 B. 0 C. 3 D. 5.

Zadanie 12. (0–1)

Proste k: $3x + y + 3 = 0$ oraz l: $2x + y - 2 = 0$ przecinają się w punkcie P, którego odległość od początku układu współrzędnych wynosi:

A. 10 B. 11 C. 12 D. 13.

Zadanie 13. (0–1)

Przekątne rombu zawierają się w prostych k: $y = mx - 8$ oraz l: $y = -4m + (m - 2)x$. Wynika stąd, że:

A. $m = -1$ B. $m = -\frac{1}{2}$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = 1$.

Zadanie 14. (0–1)

Miejscem zerowym funkcji $f(x) = 3x + 6b$ jest liczba $2\log_3 6 - \log_3 4$. Zatem b ma wartość:

A. -2 B. -1 C. 0 D. 1.

Zadanie 15. (0–1)

Wiadomo, że $\sin 32° = a$. Zatem wartość wyrażenia $2\sin^2 58° + 3\sin^2 32°$ jest równa:

A. $2 + 3a$ B. $2 + a^2$ C. $3a^2 + 1$ D. $5a^2$.

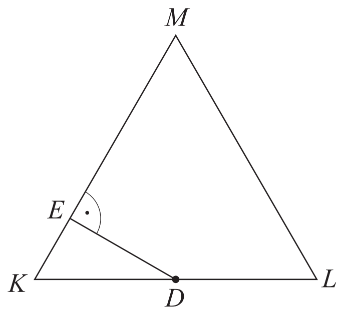
Zadanie 16. (0–1)

W trapezie odcinek łączący środki ramion jest o 5 cm dłuższy od wysokości h trapezu. Jeżeli pole tego trapezu jest równe 36 cm^2, to:

A. $h = 4$ cm B. $h = 6$ cm C. $h = 8$ cm D. $h = 10$ cm.

Zadanie 17. (0–1)

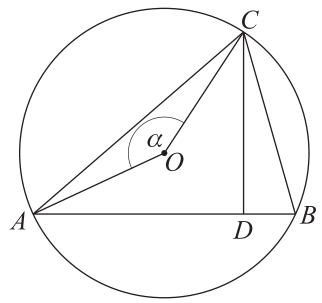
W trójkącie równoramiennym KLM dane są: $|KL| = 8$ cm oraz $|KM| = |LM| = 5$ cm. Punkt D jest środkiem podstawy KL, punkt E należy do ramienia KM oraz odcinek DE jest prostopadły do KM. Zatem długość odcinka DE jest równa:



A. 2,6 cm B. 2,5 cm
C. 2,4 cm D. 2,3 cm.

Zadanie 18. (0–1)

Trójkąt ABC jest wpisany w okrąg o środku w punkcie O, odcinek CD jest wysokością tego trójkąta. Wiadomo, że $|\sphericalangle DCB| = 24°$ oraz $|\sphericalangle AOC| = \alpha$. Wobec tego:



A. $\alpha = 132°$ B. $\alpha = 126°$
C. $\alpha = 150°$ D. $\alpha = 138°$.

Zadanie 19. (0–1)

Suma n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wyraża się wzorem $S_n = \frac{n^2 - 9n}{2}$, $n > 1$. Zatem:

A. $a_3 = -1$ B. $a_3 = -2$ C. $a_3 = -7$ D. $a_3 = -9$.

Zadanie 20. (0–1)

Wiadomo, że wszystkie wyrazy pewnego ciągu geometrycznego są dodatnie oraz iloczyn trzech początkowych, kolejnych wyrazów tego ciągu jest równy $\frac{8}{27}$. Wynika stąd, że drugi wyraz tego ciągu jest równy:

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{4}{3}$.

Zadanie 21. (0–1)

Ciąg $(2, x, 14)$ jest ciągiem arytmetycznym, natomiast ciąg $(1, y, 81)$ jest ciągiem geometrycznym, przy czym $y < 0$. Zatem:

A. $x + y + 1 = 0$ B. $x + y - 1 = 0$ C. $x + y + 2 = 0$ D. $x + y - 2 = 0$.

Zadanie 22. (0–1)

Średnia arytmetyczna liczb 5, y, $2x$, 8, 15, 26, uporządkowanych niemalejąco, jest równa 11, natomiast mediana tych liczb jest równa 7. Wobec tego:

A. $y = 2x$ B. $y = 5$ C. $x = 4$ D. $x = y$.

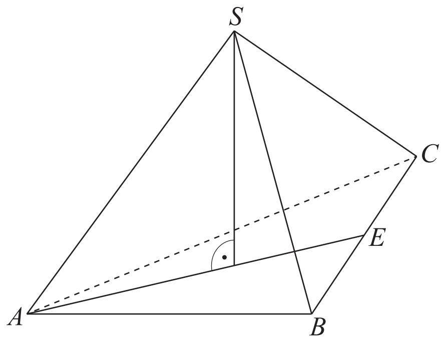
Zadanie 23. (0–1)

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym równoramiennym. Stosunek pola powierzchni bocznej tego stożka do pola jego podstawy jest równy:

A. $\frac{2}{\pi}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$.

Zadanie 24. (0–1)

Na rysunku obok przedstawiony jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, którego wysokość jest równa 3 cm. Punkt E jest środkiem krawędzi BC, a odcinek AE ma długość 6 cm. Wówczas cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy jest równy:



A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{6}$.

Zadanie 25. (0–1)

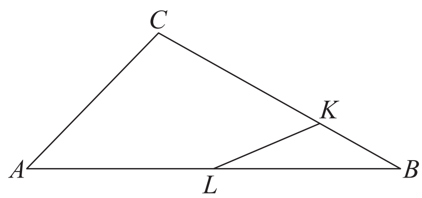
Ile liczb pięciocyfrowych, parzystych, o różnych cyfrach można utworzyć z cyfr 0, 2, 3, 5, 7?

A. 21 B. 36 C. 42 D. 48.

ZADANIA OTWARTE

Zadanie 26. (0–2)

Punkt K dzieli bok BC trójkąta ABC na dwa odcinki w stosunku $|CK| : |KB| = 3 : 1$. Punkt L jest środkiem boku AB. Wykaż, że pole trójkąta ABC jest 8 razy większe od pola trójkąta LBK.

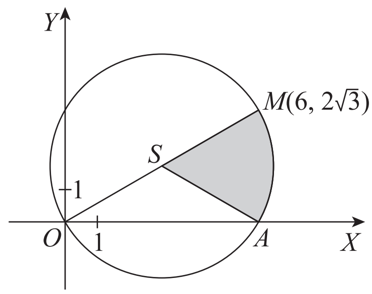


Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że jeśli $x \in \boldsymbol{R} - \{0, 1\}$, $y \in \boldsymbol{R} - \{-1, 0\}$ oraz $\left(x + \frac{x}{y}\right)^{-1} = 1$, to $y = \frac{x}{1-x}$.

Zadanie 28. (0–2)

Okrąg o środku S przecina oś OX w punktach $O(0, 0)$ i A. Odcinek OM, gdzie $M(6, 2\sqrt{3})$, jest średnicą tego okręgu. Oblicz pole wycinka kołowego wyznaczonego przez krótszy łuk MA danego okręgu (zobacz rysunek poniżej).



Zadanie 29. (0–3)

Ze zbioru $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ losujemy kolejno, bez zwracania, dwie liczby. Niech M oznacza punkt o współrzędnych (a, b), gdzie a jest pierwszą, zaś b – drugą wylosowaną liczbą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że punkt M należy do wykresu funkcji liniowej $f(x) = -x + 6$.

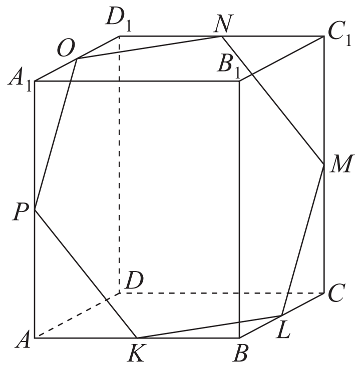
Zadanie 30. (0–4)

Nieskończony ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym o różnicy 2. Wiedząc, że pierwszy wyraz tego ciągu ma wartość 3, oblicz, ile wyrazów ciągu (a_n) spełnia warunek $a_{n+8}^2 + 149 < 118a_n$.

Zadanie 31. (0–3)

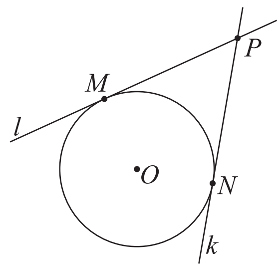
W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDA_1B_1C_1D_1$ krawędź podstawy ma długość $4\sqrt{2}$ cm. Punkty K, L, M, N, O, P są środkami krawędzi odpowiednio AB, BC, CC_1, C_1D_1, D_1A_1, A_1A. Wiedząc, że cosinus kąta nachylenia przekątnej bryły do płaszczyzny podstawy jest równy $\frac{\sqrt{6}}{3}$, oblicz:

a) wysokość tego graniastosłupa
b) pole powierzchni sześciokąta $KLMNOP$.



Zadanie 32. (0–5)

Przez punkt P, znajdujący się w odległości $5\sqrt{17}$ od środka $O(7, 0)$ okręgu, poprowadzono dwie proste l i k, styczne do danego okręgu odpowiednio w punktach M i N (zobacz rysunek obok).
Wiedząc, że prosta l ma równanie $4x - 3y - 3 = 0$, oblicz pole czworokąta $MONP$.



Zadanie 33. (0–4)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2$. Różnica między największą i najmniejszą wartością funkcji f w przedziale $\langle 0, k\rangle$, gdzie $k > 3$, wynosi 5. Oblicz k.